從幾何圖形研究大豆之選拔[1]

俞 其 海[2]

Studies on Selection in Soybean Crosses by Means of Geometrial Diagram

by C. H. Yu

一. 緒 言:

我們可將大豆收量之構成要素每枝上粒數（X）粒重（Y）及分枝數（Z）三者視作一立體形(Cube) 之三邊，三邊之乘積爲該立體形之容積（Volume），若 X、Y、Z 三者皆大，則容積大，三者皆小則容積小，將容積可視作收量，換言之，即收量之多少受此三因素之影響，我們可以想像三邊之比因品種及什交組合不同而異，因此構成不同的立體形，甚至，有容積相同而立體形不同者，因各邊之比不一樣之故，如圖 1 中所示：

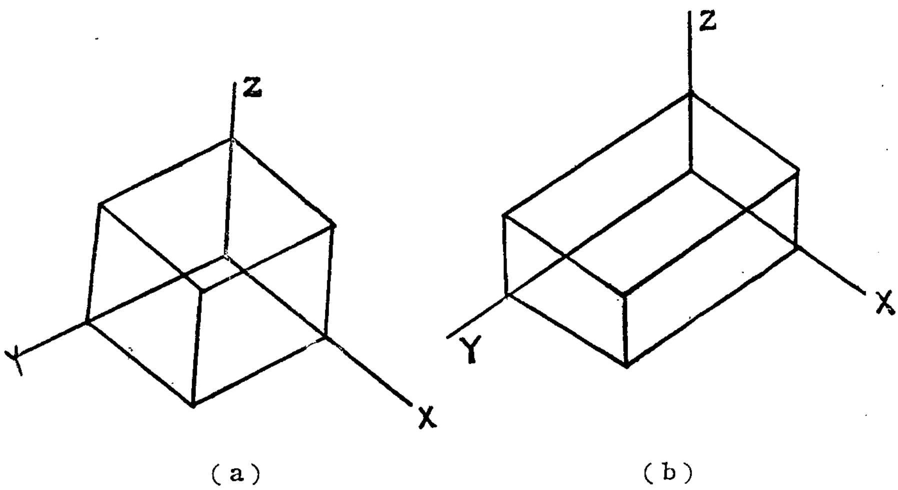


圖 1 同容積而不同邊之立體圖形

Fig 1 parallelepipeds of equal Volume but of different proportions

二. 一般性理論：

育種之目的之一在增加收量，換言之，是要使圖中之容積增大，而要使容積增大，擴張那一邊其效果較大，這是值得討論的，例如圖 1 中之(a) 因各邊成等比，增加那一邊其效果都一樣，但圖 1中

1. 本文之完成承國家長期發展科學委員會之補助，謹此誌謝

2. 農藝系副教授

之(b)則不然，當 Z方向增加一單位，則整個容積較X或Y方向增加一單位之容積為大，可從實體中想像而得，也可以由下列證明而得：

設　　$V = 收量 = X \cdot Y \cdot Z.$

微分得

$$dV = \frac{\partial V}{\partial X} dx + \frac{\partial V}{\partial Y} dy + \frac{\partial V}{\partial Z} dz$$

若我們准許一邊變而其他二邊為常數則

$$\frac{\partial V}{\partial X} = YZ$$

$$\frac{\partial V}{\partial Y} = XZ$$

$$\frac{\partial V}{\partial Z} = XY$$

故知容積(V)與任一邊增加之變化率是隨其餘二邊之乘積而定，換言之，較小之邊(Z)增加與較長之邊(X、Y)之乘積有關，因此 Z變化能產生大的收量之變化。

成功的選拔是所有育種過程的基礎，那麽上述之邊中究竟應當選拔那一邊最為有效？以及各組合之選拔情況是否一致？為本文研究之目的。

在圖(b)中情形欲增加V容積則以增加 Z 為有效，換言之，選拔目標應集中於 Z，但事實上，尚有其他的問題如下：

(1) 遺傳力的問題：一因遺傳增值為 $\triangle G = ih^2$，故遺傳力影響選拔效果，若遺傳力小，甚至小到近於零則已無選拔效果可言。

(2) 選拔差(i)的問題：選拔差為取自常態分佈縱線表與常態曲線之面積，由下列之關係求得：

$$i = \frac{Z}{V}$$

式中 Z 為截點之縱坐標

V 為下代選取植株比率

事實上 i 為一平均值可由下列證明得以說明：

介值：

$$\overline{X} = \frac{\Sigma fiXi}{\Sigma fi}$$

式中 fi 為 Xi 之頻度

若資料為連續變值時，X 在 a 至 b 間平均值為

$$\overline{X} = \frac{\int_a^b x \cdot f(x)dx}{\int_a^b f(x)dx}$$

式中 f(x) 為 X 之頻度函數

在標準常態分佈中 a 至∞間之平均值為

$$\overline{u} = \frac{\int_a^\infty uf(u)du}{\int_a^\infty f(u)du}$$

式中 $u = \frac{x-\mu}{\sigma}$

$$f(u)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}u^2}$$

$\overline{u}$ 式中分子之值：

欲求分子之值先將u轉爲w。

設 $w=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}u^2}$

$$dw=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}u^2}(-u)du$$

新限爲：　當　$u=a$　$w=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}a^2}=Z$

Z 爲 u=a 時之標準常態分佈之縱線高

當 $u=\infty$　$w=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\infty^2}=0$

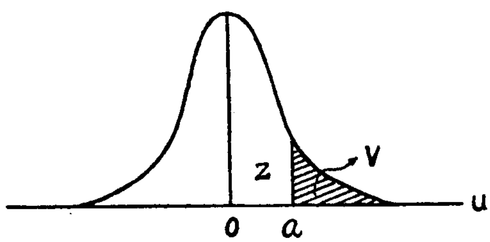
故 $\int_a^\infty u\cdot f(u)du=-\int_a^\infty -u\cdot f(u)du$

$$=-\int_z^0 dw=\int_0^z dw$$

$$=[w]_0^z=Z$$

$\overline{u}$ 式中分母之值

$\int_a^\infty f(u)du$可查表而得，設爲V



故 $\overline{u}=\frac{Z}{V}=i$

但當選拔性狀 (Character) 增加時，則所選拔之單株應當增多，則i就變小，因此遺傳增值減少，Grafius 及 Wieb (1959) 採用下式求 i 以符合實際應用，當有 n 個性狀被選拔時，選拔差爲

$$i^{n-1}=\frac{Z}{\sqrt{V}}$$

一般 i 大於 i^{n-1}。

(3) 在 X,Y 固定情形下，Z 增加爲 $Z+ih^2$ 則

$$V'=XY(Z+ih^2_z)\geqslant V=XYZ$$

但 X,Y 之性狀遺傳若不加攷慮是不合理的，因爲我們眞正選拔之興趣不僅限於 Z 值，若 X,Y 二性狀也有遺傳增值則容量爲 $V''=(X+i^2h_x^2)(Y+i^2h_y^2)(Z+i^2h_Z^2)$，此時 V" 更大於V'，在

平均立場上，則$(\overline{X}+i^2h_x^2)(\overline{Y}+i^2h_y^2)(\overline{Z}+i^2h_z^2) > \overline{X}\,\overline{Y}(Z+ih_z^2)$

即 $(\overline{X}+i^2h_x^2)(\overline{Y}+i^2h_y^2)(\overline{Z}+i^2h_z^2)/\overline{X}\,\overline{Y} > (\overline{Z}+ih_z^2)$ ………………………… (1)

但當 $i^2h_x^2$ 及 $i^2h_y^2$ 近於零時則上式左邊爲

$$i^2h_x^2 \to i^2h_y^2 \to 0,\ \frac{(\overline{X}+i^2h_x^2)(\overline{Y}+i^2h_y^2)(\overline{Z}+i^2h_z^2)}{\overline{X}\qquad\overline{Y}} = (\overline{Z}+i^2h_z^2)$$

且 $(\overline{Z}+i^2h_z^2) < (\overline{Z}+ih_z^2)$ 因 $i^2 < i$ 之故，故(1)式當遺傳增值近於零時不成立，所以(1)式成立與否依靠於遺傳力，因此當遺傳力低的性狀則不必加以選拔，而遺傳力高的性狀應加以利用。

若粒重（Y）遺傳力低則此時爲選拔 X，Z 二性狀較單選 Z 性狀爲佳，以式表示如下：

$$\frac{\overline{Y}(\overline{X}+i^1h_x^2)(\overline{Z}+i^1h_z^2)}{\overline{X}\qquad\overline{Y}} > (\overline{Z}+ih_z^2) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

(1)式爲一個性狀對三個性狀之選拔，(2)式爲一個性狀對二個性狀之拔選，同理可以求得二個性狀對三個性狀之選拔爲：

$$(\overline{X}+i^2h_x^2)(\overline{Y}+i^2h_y^2)(\overline{Z}+i^2h_z^2)/\overline{X} > (\overline{Y}+i^1h_y^2)(\overline{Z}+i^1h_z^2) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

本試驗爲按上述理論加以討論大豆選拔上之效果。

三．試驗材料及方法：

本試驗採用51年秋什交之兩組合：

集團1．高系 201×Roanoke

集團2．高系 201×十石

於52年春種於農專農場爲F_1，同年秋爲F_2，從每組合中選取20單株，於53年秋種於農場每單株之後裔中逢機選取30株分別調查：

(1) 分枝數

(2) 莢　數

(3) 收　量

(4) 粒　數

然後計算粒數／分枝爲平均每分枝上粒數及收量／粒數爲每株平均粒重，因爲每單株後裔中調查30株，故再將此30株之値合併計算得每分枝上平均粒數（X）。每粒種子平均粒重（Y），每株平均分枝數（Z）及每株平均收量（V），利用此値與F_2求親子間之廻歸以作遺傳力之估計，另一估計遺傳力之方法爲利用變方成份分析原理求之。再按遺傳力之情況決定選拔性狀數以求選拔差，並分別代入(1)，(2)等式以決定應選拔何者性狀爲妥。

四．試驗結果及討論：

本試驗二集團各有20個系統分別在田間作逢機完全區集設計，重複二次，將變方分析及變方成份載入表 1

遺傳力之估計分兩種方法：

(1) 利用變方分析之變方成份估計遺傳力(h_1^2)

$$h_1^2 = \frac{\sigma_1^2}{\frac{\sigma^2}{n} + \sigma_1^2}$$

式中 n 爲重複次數

σ_1^2 爲系統間之變方

σ^2 爲機差變方

表 1 X、Y、Z之變方分析的均方及變方成份

Table 1: Mean squares of analysis of Variance of X、Y、Z and their Variance Components

變因 (Source of Variation)	集團 1 (Population 1)				集團 2 (Population 2)			變方成份 (Variance components)
	d.f	X	Y	Z	X	Y	Z	
區集 (Blocks)	1	.0040040	.0000607	.3516	.00033120	.00003706	.1613	$\sigma^2+20\sigma_r^2$
系統間 (Among lines)	19	.00087490	.00033917	.6224	.00053944	.00017685	.5479	$\sigma^2+2\sigma_1^2$
機差 (Errors)	19	.00044220	.00010457	.0841	.00036059	0.00002893	.1281	σ^2

(2) 利用親子廻歸求得遺傳力 (h_2^2) 分別載入表2中

表 2 各種統計值 Various Statistic

統計值 Statistic	集團 1 (Population 1)			集團 2 (Population 2)		
	X	Y	Z	X	Y	Z
σ_1^2	0.00021635	0.00011730	.2692	0.00008943	0.00007396	.2099
σ^2	0.00044220	.00010457	.0841	0.00036059	0.00002893	.1281
h_1^2	49.46%	69.17%	86.48%	33.16%	83.64%	76.61%
h_2^2	10.35%	36.44%	-3.44%	3.02%	14.73%	28.43%
$\pm\sigma_{\bar{x}}$	$0.020915=\sqrt{0.00087490/2}$			$.016423=\sqrt{0.00053944/2}$		
$\sigma_{\bar{y}}$	$0.013022=\sqrt{0.00033917/2}$			$.009403=\sqrt{0.00017685/2}$		
$\sigma_{\bar{z}}$	$.5578=\sqrt{.6224/2}$			$.5234=\sqrt{.5479/2}$		

$\pm\sigma_{\bar{x}}$ $\sigma_{\bar{y}}$ 及 $\sigma_{\bar{z}}$ 爲系統平均之標準偏差

從表 2 知，遺傳力估計，h_1^2估計偏高，而 h_2^2估計偏低，集團 1 中 Z 之遺傳力h_2^2爲負，實爲不

合理之現象，若應用前述公式，遇負值時應採取零。雖然二者遺傳力估計皆不甚妥，但仍以 h_1^2 較 h_2^2 爲合理，因爲前者無負值，同時 h_2^2 之估計是利用F_2及F_3世代之資料，因而環境影響過大，其中負值之產生恐與此亦有關。又 Frey 等 (1955) 利用大麥 F_4 及 F_5 試驗結果亦指示 h_2^2 低估，而以 h_1^2 爲合理。所以本文應用前述公式計算時，以採用 h_1^2 爲標準。

若每 10 個系統中選 1 個系統，即從兩集團中各選 2 個系統，則

若有一個性狀被選用時　　$V=2/20=0.1$　　　$i=1.76\sigma$

若有二個性狀被選用時　　$V=\sqrt{0.1}=.3159+$　　$i^1=1.13\sigma$

若有三個性狀被選用時　　$V=\sqrt[3]{0.1}=.4464$　　$i^2=0.85\sigma$

X、Y、Z 分別爲每分枝上平均粒數，每粒種子平均粒重及每株平均分枝數，所有資料用樣品平均之百分率表示之，因此這些平均值 $\bar{X}=\bar{Y}=\bar{Z}=\bar{V}=1$，又設X、Y、Z在互爲獨立之情況下，分別求得一個性狀之選拔及一個性狀對三個性狀之選拔，及二個性狀對三個性狀之選拔結果載入表 3 。

表 3　選拔效果　Effect of Selection

統　計　量　Statistic	集團 2 (Population 1)	集團 2 (Population 2)
$\bar{X}+ih_x^2$	1.018206	1.009585
$\bar{Y}+ih_y^2$	1.015853	1.013842
$\bar{Z}+ih_z^2$	1.848998	1.705719
$(\bar{X}+i^1h_x^2)(\bar{Y}+i^1h_y^2)$	1.021986	1.015096
$(\bar{X}+i^1h_x^2)(\bar{Z}+i^1h_z^2)$	1.563157	1.462046
$(\bar{Y}+i^1h_y^2)(\bar{Z}+i^1h_z^2)$	1.560822	1.466018
$(\bar{X}+i^2h_x^2)(\bar{Y}+i^2h_y^2)(\bar{Z}+i^2h_z^2)$	1.433316	1.356042

表中各值之計算擧例如下：在集團 1 中X性狀對 Y、X 二性狀時之計算爲將所需各值代入式(2) 計算而得：即

$$(\bar{X}+ih_x^2) < (\bar{Y}+i^1h_y^2)(\bar{X}+i^1h_x^2)\bar{Z} / \bar{Z}\bar{Y}$$

$$[1+(1.76\times.020915).4946] < (1)[1+(1.13\times.013022)\times.6917]$$
$$[1+(1.13\times.020915)\times.4946] / (1)(1)$$

$$1.018206 < (1.010,178)(1.01,1689)$$
$$< 1.021,986$$

+　$V=.3159$　表中無法查得，查近似値 .3156 得標準值 0.48，由 0.48 查常態分佈縱線表而得 .355538，i 即由上值計算而得，又V＝.464　查V＝.4641

由以上分析結果知：

(1) 單一性狀選拔時，二什交集團，得一致的結果，認爲選拔 Z性狀（即分枝數），遺傳增值較其他二性狀，每分枝上平均粒數(X)及每粒種子平均粒重(Y)爲大。

(2) 二個性狀同時選拔時分枝性狀及每分枝上平均粒數或分枝性狀及每粒種子平均粒重較同時注重選拔每分枝上平均粒數及每粒種子平均粒重有效。

(3) 三個性狀同時選拔時，仍較單選拔每分枝上平均粒數及每粒種子平均粒重爲有效，但反較單獨選拔每株平均分枝數爲差，此種現象同時發生於二性狀同時選拔時，例如 $(\overline{X}+i^1h^2_X)(\overline{Z}\ (+i^1h^2_Z$ 及 $(\overline{Y}+i^1\ h^2_y)(\overline{Z}+i^1\ h^2_z)$ 之値反較 $\overline{Z}+ih^2_z$ 之値爲小，此等現象之發生由於選拔差 (i) 因選拔性狀增加而變小之故，例如 $i=1.76\sigma$ ， $i^1=1.13\sigma$ ， $i^2=0.85\sigma$。

(4) 無論單一性狀，或二個性狀或三個狀同時選拔，只要有分枝數存在，其容積 (V) 皆較不包含有分枝數者爲大，其原因爲受遺傳力影響之故，一般言之， Z之遺傳力較其他性狀爲高，雖然第二集團中以Y之遺傳力爲最高，但 Z之遺傳力亦不低。

(5) 利用變方成份估計遺傳力，有偏高之現象，利用親子廻歸估計又覺偏低，此等結論與戴(1964)試驗結果同，本試驗仍以變方成份估計遺傳力，因爲親子廻歸估計之遺傳力中存負値，頗爲不合理。

(6) 由上知，若三性狀中一個性狀遺傳力大，則應全力於該性狀之選拔，若其他二性狀遺傳力亦大則應同時注意二性狀之選拔，所以，事實上，容積之增大，主要關鍵仍在於遺傳力之估計，研究正確而有效之遺傳力估計實爲一重要課題。

五. 摘　　要：

利用二大豆雜交集團(Population)，高系 201xRoanoke 及高系 201X 十石，從每一集團中之第二代中 (F_2) 選拔 20株作爲第三代(F_3)之栽培，利用此等資料以供作本試驗之研究，該試驗於 1964 年秋季在屏東進行。

V 爲平形長方矩形之容積各邊以X、Y、Z表示，分別代表每枝上平均粒數，每粒種子平均粒重及每株平均分枝數，利用此等資料，X、Y及Z之遺傳力 (heritability) 已分別採用變方成份分析法 (Method of Variance Components) 及親子廻歸法 (Parent-offsping regressionmethod)計算，前者有高估之嫌，後者又低估了，但因變方成分分析法所計算之遺傳力無負値，故仍採用該法所求之遺傳力以供遺傳增量 (genetic gain) 之計算。

在理論上，若一邊遺傳增量較其他二邊高，則應集中力量改良此一邊，當然，若三邊同時都很高，那麽同時選拔二邊或三邊都可以，但事實上，遺傳增量受遺傳力影響很大，因爲遺傳增量爲 ih^2，故按遺傳增量來決定選拔那一邊，實際上就等於按遺傳力來決定選拔那一邊。依本試驗言，因爲在兩集團中分枝數遺傳力高。因而貢献出高的遺傳增量，因此應集中力量於分枝數之改良與選拔。換言之，該二雜交組合中欲育成豐收品種應注意分枝數，注意粒數及粒重無效，因爲前者變異性大於後二者，因此，有被選拔豐産之機會。

六. 參考文獻：

1. Dickerson, G.E and Hazel, C. N. Effectiveness of selection on progeny Performance as a Supplement to earlier Culling in live Stock, Q. Agr. Res. 69: 459-4761944

2. Fisher R.A, and yates, F. Statistical Tables for Biological Agricultural and Medical Research, London and Edinburgh: Oliver and Boyd 1938
3. Falconer: Introduction to quatitative genetics, 165-207
4. Frey,K.J.and Horner, T: Comparison of Actual and Predicted Gains in Barley selection Experiments Agron. Jour, 47:186-188 1955
5. Grafius J. E. The Interaction of genotype and Night Temperature in Oat and Barley Varieties, Agron. Jour. 48:56-59 1956
6. Grafius J.E. Components of yield in oats: A geometrical interpretation, Agron. Jour. 48:419-423 1956
7. Grafius J. E. and Wiebe G. A. Expected genetic gain in yield in Small grain (A geometrical Interpretation) Agron. Jour. 51:560-562 1959
8. Snedecor, G.W.: Statistical Methods, Iowa State University Press, Ames, 152-153 1957
9. 湯文通，戴喬治，鄔宏潘： 遺傳力之意義及其估算方法 科學農業10(1-2):8-25 1962
10. 戴喬治： 大豆產量構成因素的分析與檢討 中華農學會新 46:9-18 1964。

Studies on Selection in Soybean Crosses by Means of Geometrial Diagram

by C. H. Yu[1]

The selection was studied by means of geometrical diagram in 2 soybean populations, Kao line 201XRoanoke, Kao line 201X Shikoku,each involving 20 selected F_2 plants in the F_3 generations in 1964 at Pingtung.

V is the volume of a rectangular paralleleplped with edges X, Y,and Z, representing the average number of seeds per branch, the average seed weight per seed, and the average number of branches per plant respectively. With these data, an overestimate heritabilities of X, Y, X were obtained by the method of variance components and underestimate of them by the parent-offspring regression method. The reason for using the method of variane components is that the value of heritability for the computation of genetic gain is positive.

Theoretically it would be better to make improvement on one edge rather than on all three edges, if one edge gets genetic gain higher than other two edges. Of course, if all the three edges are high, it might be better to improve two or all three edges simultaneously. However, genetic gain is greatly affected by heritability, so, what edge is to be selected is actually determined by the heritability because genetic gain is equal to ih^2. From the result of experiment, heritability of the number of branches was high in both populations, so it was better to concentrate on improving the number of branch which contributes higher genetic gain than other two。

1. Associate Professor, Department of Agronomy