

應用克立金推估模式於降雨製圖

Applying Kriging interpolation model in precipitation properties mapping

馮豐隆¹、高堅泰²

Fong-Long Feng¹、Jian-Tai Kao²

《摘要》

本研究利用地理資訊系統，由點資料推估面資料的功能，推估擁有理想半變異圖之夏半年雨量平均，與非理想半變異圖之年雨量平均。結果年雨量之推估，若以現有資料，不分區推估，本研究建議採取通用二次式、搜尋半徑 40km、中央山脈嶺線分區。夏半年雨量之推估，則多數模式皆宜，可由使用者自行選用。

《關鍵字》地理資訊系統、推估、半變異圖

《Abstract》

Spatial analysis of geographic information system used to interpolate the point themes to the surface themes. The characteristics of the subject in the study interpolation are total rainfall per year that doesn't has theoretical semi-variogram and total rainfall summer semester that has theoretical semi-variogram. The results show total rainfall per year using Universal2, search radius 40km, Zhong-yang mountain chain for barrier model without increase data. Total rainfall summer semester interpolation model used the user select in most fitting model.

《Keyword》geographic information system, interpolation, semi-variogram.

一、前言

台灣氣候屬亞熱帶季風氣候，東北季風盛行於每年 10 月至翌年 3 月，夏秋兩季颱風與雷雨帶來豐沛雨量，降雨量之時間與空間分佈不均降雨強度變化大，需要密集之觀測站網（水資會，1989a）。

所謂空間推估（spatial interpolation），指利用已知觀測點推估全研究區之未知地區之性態值之程序。在試驗中或製圖上，常需推估較全面之資料，而試驗時僅能取樣調查，因大多數之資料，若全面調查，則費時費力，績效不彰，更甚者，無法全面調查之可能，如土壤剖面、氣候之空間變化...等。

近年來，國內對空間推估參數之研究，多於方法間比較，如：賴進貴、王慧勳（1996）以等高線進行網格化資料之推估研究。利用間距 5 公尺及 25 公尺的向量圖檔，再利用 ARC/INFO 系統中四種空間推估內差方法（IDW、spline、Kriging、trend）產生 20m*20m 的網格 DTM。分析所得：不同內差法的品質有顯著差異，採用曲線尺規法（spline）及趨勢面法（trend）產生之 DTM，雖能反應全面性的地

¹ 國立中興大學森林學系教授 TEL: (04)2854060；E-mail: flfeng@nchu.edu.tw

² 國立中興大學森林學研究所研究生 TEL: (04)2840345ext234；E-mail: jtgao@pop.hello.com.tw

形趨勢變化，但小區域的地形表現則不理想，距離反比權重法（IDW）和克立金法（Kriging）則保持了小地區的地形變化，但無法顯示地形轉折的趨勢。高堅泰、馮豐隆（1998）以多種生育地因子推估方法之探討，比較不同方法之適用資料型態、及站網分佈，比較如下：徐昇多邊形法（Thiessen polygon）適用定性資料的推估，IDW 適用快速繪製等值線，Spline 適用變化較小、資料較少之區域，Kriging 適用詳細推估、及站網之設置研究，Trend 適用推估全體之趨勢。本研究依此決定以克立金法推估雨量空間分佈，並探討模式參數。

二、前人研究

Kriging 空間推估法近年應用已不僅於土地因子，站網研究、氣象時空推估、特殊函數參數空間分佈...等，亦見研究應用之。如許敏楓（1993）利用淡水河流域資料，探討時雨量在空間之變異情形，並以推估之 Kriging 變異數作為雨量站網之設計研究。蔡玉琴（1997）指出：降雨現象雖有空間連續性，卻僅能以離散點來觀測，而使用者不同，採用之推估方法也不同，該研究指出在淡水河流域，Kriging 法推估月雨量採用球面模式，分區，影響範圍 12000m 至 16500m 較佳；距離反比權重法推估以一次權重較佳，且與分區效果類似；趨勢面法推估時，不分區時以七次方多項式較佳，分區以三次方多項式較佳。整體而言，未分區的平均誤差以 Kriging 及趨勢面法較佳，分區結果以 Kriging 及距離反比權重法較佳。

克立金法（Kriging）

1971 年，法國學者 Matheron G. 以空間統計為原理基礎，發展出的空間推估方法，稱為 Kriging 法，原利用來估算礦產的產量與分佈，後來廣泛使用在地質與土壤學研究。

由於 Kriging 法是以空間統計學為基礎所發展之推估方法，具有最佳線性無偏推估之特性（Best Linear Unbias Estimator, BLUE）。所謂 BLUE 指推估值 \hat{Z} 為 n 個 Z 觀測點真值之線性組合，推估值與真值之期望值相同，且具最小推估變異數（蔡玉琴，1997、馮豐隆等，1997）。

Kriging 法基於區域化變數理論（regionalized variable theory），假設 z 值的空間變異現象具全面統計同質性（statistical homogeneity），即空間中任一點之物理量 z 視為隨機變數 $Z(x)$ ，各隨機變數 $Z(x)$ 構成一隨機變域，而不同位置之隨機變數間存在一空間變異結構，使 $Z(x)$ 除受地區性變異之影響外，也受該空間變異結構之影響，則 $Z(x)$ 稱為一區域化變數。

空間變異由半變異圖定量，半變異圖由輸入點之資料組合計算樣本半變異值而來，其值為對分組距離 h，分別配對之輸入點之 z 值差平方之平均，可由下式求得：（n 為分組距離 h 內樣本點分別配對距離）

$$\gamma(h) = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n (z(x_i) - z(x_i + h))^2$$

所得之半變異圖配以適當之理論模式，即得理論半變異圖，藉以計算各已知點權重，推估未知網格 z 值。

變異數由每一間隔之所有配對點平均平方差計算，以理論半變異圖之基本模式透過樣本點資料，以非線性最小平方法近似其值，求配適半變異圖模式，每一間隔則必須有最少 3 點之樣本點以推估半變異值；由於觀測點之半變異值不會無限增加，當兩觀測點間之距離大到某一程度時，半變異值就會緩慢增加或不再增加，而保持定值，此最大半變異值稱為臨界變異值 (sill)，相對應之相對距離稱為影響範圍 (influence range)。

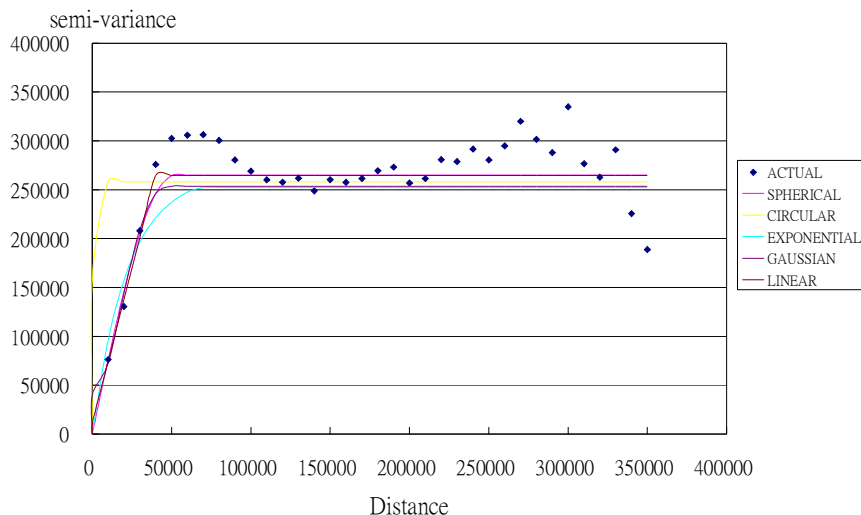


圖1 夏半年雨量半變異圖 (4-9 月)

實測半變異配適以適當之理論模式，即得理論半變異，如理論半變異曲線所示，當兩觀測點間之距離大到某一程度時，半變異值就會緩慢增加或不再增加，此最大半變異值稱為臨界變異值 (y 軸)，相對距離稱為影響範圍 (x 軸)。

Fig. 1 Semi-variogram of total rainfall summer semester (April – September)

The semi-variogram is modeled by fitting a theoretical function to the sample semi-variogram. At relatively short lag distances of h , the semi-variance is small, but increases with the distance between the pairs of sample points. At a distance referred to as the range, the semi-variance levels off to a relatively constant value referred to as the sill. This implies that beyond this range distance, the variation in z values is no longer spatially correlated. Within the range, the z -value variation is smaller when the pairs of sample points are closer together.

Kriging 法一般分為兩大類：一般 (Ordinary) Kriging、通用 (Universal) Kriging；一般 Kriging 概由球面 (spherical)、圓形 (circular)、指數 (exponential)、高斯 (Gaussian)、線性 (linear) 等模式加以描述。其模式曲線如圖 1。

$$\text{球面式 (spherical): } \gamma(h) = c_0 + c \left(\frac{3h}{2a} - \frac{1}{2} \left(\frac{h}{a} \right)^3 \right) \quad 0 < h \leq a$$

$$\gamma(h) = c_0 + c \quad h > a$$

$$\gamma(0) = 0$$

$$\text{圓形式 (circular): } \gamma(h) = c_0 + c \left(1 - \frac{2}{\pi} \cos^{-1} \left(\frac{h}{a} \right) + \sqrt{1 - \frac{h^2}{a^2}} \right) \quad 0 < h \leq a$$

$$\begin{aligned} & \gamma(h) = c_0 + c && h > a \\ & \gamma(0) = 0 \\ \text{指數式 (exponential): } & \gamma(h) = c_0 + c(1 - \exp(\frac{-h}{r})) && h > 0 \\ & \gamma(0) = 0 \\ \text{高斯式 (Gaussian): } & \gamma(h) = c_0 + c(1 - \exp(-\frac{h^2}{r^2})) \\ & \gamma(0) = 0 \\ \text{線性式 (linear): } & \gamma(h) = c_0 + c(\frac{h}{a}) && 0 < h \leq a \\ & \gamma(h) = c_0 + c && h > a \\ & \gamma(0) = 0 \end{aligned}$$

ARC/VIEW 提供這五種一般 Kriging 模式及兩種通用 Kriging 模式，由使用者選擇適用之條件。

在一些例子中，也許會懷疑空間變數的 Z 值包含局部傾向，當樣點半變異圖在原點附近具凹向上拋物面型時，發現局部線性區域平均值 (drift) 存在於資料中，通用 Kriging 假設地表空間變數亦受結構要素影響，區域平均值為在不同尺度下網格值所擁有之系統變異，在改變搜尋半徑下，區域平均值可以被檢測出來，且變異最低。因此，創造變徑之通用 Kriging，Universal1 用一次多項式逼近區域平均值，而 Universal2 用二次多項式。

通用 Kriging 假設在網格值之空間變數由三個組成累積，如圖 2，一、結構組成，即區域平均值 (drift)，二、空間相關隨機差 (random but spatially component)，三、機差 (random noise)。結構組成表示在空間推估面上一不變的方向；空間相關隨機差，則估計樣本點間空間變數 Z 值之空間同質性，就像一般 Kriging；機差則假設為空間獨立性之常態分佈。

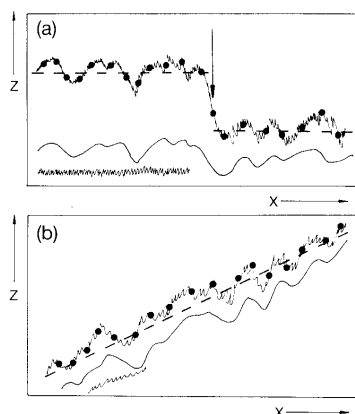


圖 2 空間變異的主要成份 (Burrough, 1986)

-----結構組成(a)變化劇烈(b)穩定

~~~~~ 空間相關隨機差  $\varepsilon'(x)$  ~~~~~ 機差  $\varepsilon''(x)$  (雜訊) · 取樣點

Fig 2 The major components of spatial variation

----- structural component (drift) (a) at a boundary (b) with a trend

~~~~~ random but spatially component, ~~~~~ random noise, · sample sites

Universal1 用一次多項式逼近區域平均值 (drift)，而 Universal2 用二次多項式，兩種方法在接近起點處皆用較多之剩餘半變異值，以線性法計算。變徑在半徑參數之應用需考慮樣本數，需大至足以計算 drift，一般顯示 12-15 樣本點即適當 (ESRI, 1996)。

三、材料與方法

本次雨量推估取得水資會台灣地區雨量記錄 (1989b) 自記錄起始，至民國 75 年之長期雨量記錄，計算常年年雨量平均及夏半年雨量平均，共有 815 筆資料，去除台灣省水利會共 193 站，以為驗證資料站，共 622 站為推估原始資料站，見圖 3。推估參數採用如下：

1. 配適之理論半變異圖模式：球面 (Spherical)、圓形 (Circular)、指數 (Exponential)、高斯 (Gaussian)、線性 (Linear)、通用一次 (Universal1)、通用二次 (Universal2)，共七種模式。
2. 搜尋半徑：採前人研究最適距離 15000m，至半變異圖所示影響範圍 80000m 間，15000、20000、40000、60000、80000，共五種半徑。
3. 分區與否：前人研究指出分區推估可能得到較佳之結果，唯全省雨量分區多

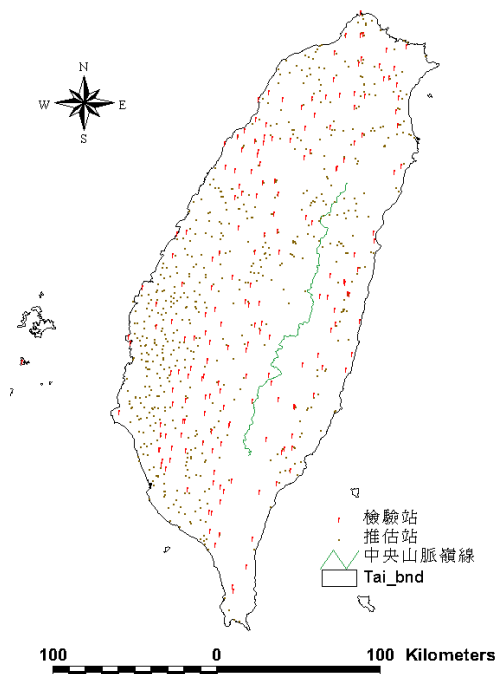


圖 3 台灣地區雨量測站

Fig 3 The distribution of rain stations in Taiwan used in the study.

為結果，而非與站網分佈相關之地形關係，故採用最大分區限制之中央山脈，見圖 3。

4. 推估資料類：擁有理想半變異圖（圖 1）之夏半年雨量平均，與非理想半變異圖（圖 4）之年雨量平均，將分別視其結果影響。
如此完全設計將進行 140 次推估，供尋求較佳參數組合。

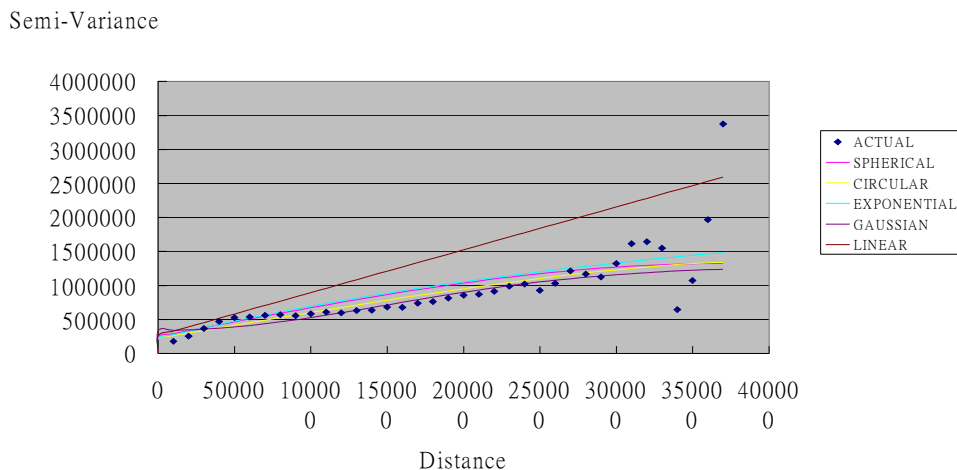


圖 4 年雨量半變異圖

同圖 1，但臨界變異值不明顯

Fig 4 Semi-variogram of total rainfall per year
It's same with the Fig 1, but the sill isn't conspicuous.

四、結果

年雨量

Kriging 推估本擬完全交叉試驗推估，但是於通用式中，15、20 公里之搜尋半徑無法推估所有測試值，故省略，總試驗觀測值 11966 筆。

由推估值差（試驗推估－驗證值）發現（表 1），62 種推估模式平均皆低於驗證值，且與位置因子具極大相關，與當初試驗設計之觀念，擬將位置因子視為重複之前提相悖離，因此，須重新考慮重複問題，且顯然推估模式未全配適雨量空間分布，致使各位置之差值不成常態。

由此分析，亦能得到一些資訊，理論半變異模式除高斯式（ $\hat{d}=-247$ ）外，其餘皆於-150~-200 間；搜尋半徑 15、80 公里為差距較大之一組，其餘較小，同為一組，顯示較優之搜尋半徑在本研究中 15 至 80 公里之間；而分區可能因位置多數未在影響範圍內，故無法顯示差異。視其完整推估參數，高斯式搜尋半徑 15 公里為最大差距，其餘則不明顯，僅視均數的話，通用二次式搜尋半徑 40 公里具有最小差距。

表 1 年雨量推估值差 (試驗推估－驗證值) 之 ANOVA

Table 1 ANOVA of difference of total rainfall per year interpolated value & test value

| Source | DF | SS | Mean Square | F Value | Pr > F |
|-----------------|-------|-------------|-------------|---------|-----------|
| 位置因子 site | 192 | 3905519078 | 20341245 | 20.42 | 0.0001*** |
| 理論半變異模式 MO | 6 | 8352685 | 1392114 | 1.40 | 0.2115 |
| 搜尋半徑 H | 4 | 21815098 | 5453774 | 5.47 | 0.0002*** |
| MO*H | 20 | 52645201 | 2632260 | 2.64 | 0.0001*** |
| 分區 L(MO*H) | 31 | 1507574 | 48631 | 0.05 | 1.0000 |
| Error | 11712 | 11669511150 | 996372 | | |
| Corrected Total | 11965 | 15659350786 | | | |

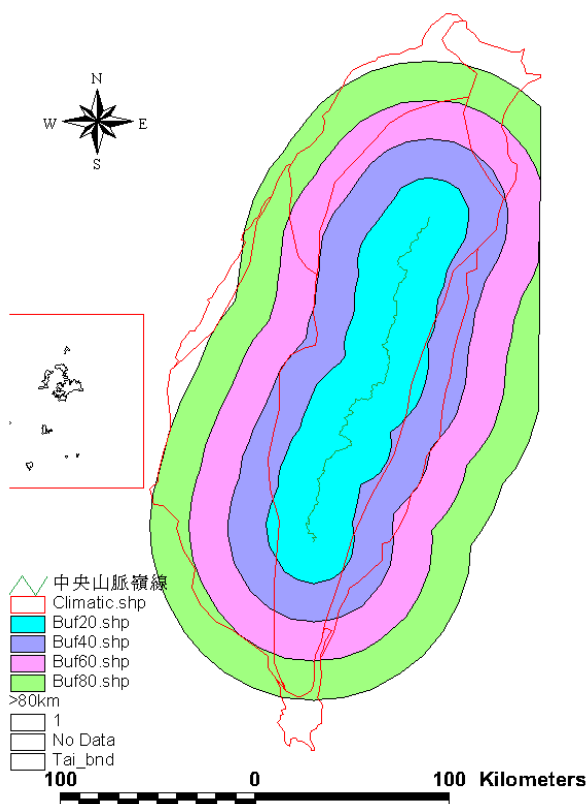


圖 5 位置分區

依陳正祥 (1957) 之分區、及距嶺線距離 20、40、60、80 公里分區

Fig 5 Test sites subregion

Subregion comply with Zheng-Xiang Chen (1957) & buffer of 20,40,60,80 kilometer with the peak.

為使位置因子除去，並且測試具重複，乃將位置分區，希望能分離出位置影響，結果依陳正祥 (1957) 之分區、及距嶺線距離 20、40、60、80 公里分區 (圖 5) 測試，並測驗其交感皆為非常顯著 (表 2)。結果西岸區高估，東岸區值差平均最佳，中部山區與南部區低估較多，尤以南部區為重；距嶺線距離 80 公里以外值差平均最佳，距嶺線距離 20 公里以內值差平均最多 (負值)，亦即高山地區仍缺較詳盡資料以供研究。

表 2 分區年雨量推估值差（試驗推估－驗證值）之 ANOVA

Table 2 ANOVA of difference of total rainfall per year interpolated value & test value with subregion

| Source | DF | SS | Mean Square | F Value | Pr > F |
|-------------------|-------|-------------|-------------|---------|-----------|
| 陳正祥 (1957) 分區 CLI | 6 | 252624750 | 42104125 | 35.14 | 0.0001*** |
| 距嶺線距離分區 BUF | 4 | 64078066 | 16019517 | 13.37 | 0.0001*** |
| CLI*BUF | 10 | 164030107 | 16403011 | 13.69 | 0.0001*** |
| MO | 6 | 8352685 | 1392114 | 1.16 | 0.3236 |
| H | 4 | 21815098 | 5453774 | 4.55 | 0.0011** |
| MO*H | 20 | 52645201 | 2632260 | 2.20 | 0.0016** |
| L(MO*H) | 7 | 1244318 | 177760 | 0.15 | 0.9942 |
| MO*H*BUF*CLI | 600 | 1544742245 | 2574570 | 2.15 | 0.0001*** |
| Error | 11308 | 13549818315 | 1198251 | | |
| Corrected Total | 11965 | 15659350786 | | | |

由上所知，欲尋求最佳推估模式已不能僅依全區探討，須依各分區分別探討，以下列出較優之推估組合，以便參考（表 3）。

由表 3 可知大多數區域，方法間推估值差差異不大，僅北部區距嶺線>80km、南部區、西南區距嶺線<40km 等區域推估方法或搜尋半徑間差異較大，由前所知，各區域最佳推估模式得分別求取，現知，僅需由差異較大之區域求取，而且正確度並不一致，分區使用之模式可參考上表。

若全省不增加測站情況下，希望以一種模式進行推估，現有較優之推估模式為通用二次式 (Universal2)、搜尋半徑 40km、中央山脈嶺線分區，因依區域分析時，了解中部山區與南部區之推估值差較大，欲求全省最適推估值差之推估模式，則以這兩區之模式為主，而其他區域之推估值差仍在可接受範圍內之推估模式，故選出此推估模式，如表 4。

表 3 分區年雨量推估值差較優之推估組合

Table 3 Better component models for subregion

| CLI | BUF | MO | H | L | 備註欄 (供測推估值共 52 種) |
|-----------------------------|---------|-------------|------|----------------------------|----------------------------|
| 中部山區
central
mountain | 40-60km | -- | -- | -- | 推估值差皆能含 0，均值約-200 |
| | 20-40km | -- | -- | -- | 共 7 種推估值差 $\neq 0$ P=0.05 |
| | <20km | Universal2 | 40km | yes | 共 38 種推估值差 $\neq 0$ P=0.05 |
| Universal2 | | 60km | yes | | |
| 東岸區
east coast | 20-40km | -- | -- | -- | 全區推估值差小 |
| | <20km | Universal2 | 40km | yes | 共 1 種推估值差 $\neq 0$ P=0.05 |
| 北部區
north | >80km | Exponential | 15km | -- | 方法間差異大 |
| | | Spherical | 40km | no | 共 15 種推估值差 $\neq 0$ P=0.05 |
| | 60-80km | -- | -- | -- | 全區推估值差小 |
| | 40-60km | -- | -- | -- | 推估值差皆不能含 0 |
| 東北區
north-east | >80km | Exponential | 15km | -- | 推估值差皆能含 0 |
| | | Linear | 15km | -- | |
| | 60-80km | -- | -- | -- | 推估值差皆能含 0，均值約-600 |
| | 40-60km | -- | -- | -- | 共 1 種推估值差 $\neq 0$ P=0.05 |
| 南部區
south | -- | Universal2 | 40km | -- | 僅此模式差異低於其他，推估值差大 |
| 西南區
south-west | >80km | Universal1 | 60km | -- | 共 7 種推估值差 $\neq 0$ P=0.05 |
| | 60-80km | Linear | 40km | -- | 全區推估值差小 |
| | 40-60km | Linear | 40km | no | 共 24 種推估值差 $\neq 0$ P=0.05 |
| | 20-40km | -- | -- | -- | 搜尋半徑間差異大 80km 推估值差大 |
| | <20km | Linear | 60km | no | 方法間差異大 |
| Circular | | 60km | no | 共 42 種推估值差 $\neq 0$ P=0.05 | |
| 西岸區
west coast | -- | -- | -- | -- | 全區推估值差小 |

表 4 推估值差基本統計量

Table 4 Summary of preferable model's difference of total rainfall per year interpolated value & test value

| 推估模式 | 平均 | 標準差 | 最大差 | 最小差 |
|------------------|------------|-----------|----------|-----------|
| Universal2,40,分區 | -97.437741 | 517.86960 | 1322.881 | -2298.553 |

| Source | DF | SS | Mean Square | F Value | Pr > F |
|-----------------|-----|--------------|-------------|---------|--------|
| CLI | 6 | 1188778.361 | 198129.727 | 0.72 | 0.6317 |
| BUF | 4 | 733963.656 | 183490.914 | 0.67 | 0.6140 |
| CLI*BUF | 10 | 2426204.444 | 242620.444 | 0.89 | 0.5483 |
| Error | 172 | 47143327.150 | 274089.111 | | |
| Corrected Total | 192 | 51492273.610 | | | |

夏半年雨量

Kriging 推估本擬完全交叉試驗推估，但是與年雨量推估相同問題，故總試驗觀測值 12159 筆。

由推估值差（試驗推估－驗證值）發現（表 5），除了線性（Linear）式、搜尋半徑 80km、未中央山脈嶺線分區之推估值高估嚴重外，62 種推估模式平均皆含驗證值，但與年雨量推估相同，與位置因子具極大相關，與當初試驗設計之觀念，擬將位置因子視為重複之前提相悖離，因此，將其分區探討（表 6）。

表 5 夏半年雨量推估值差（試驗推估－驗證值）之 ANOVA

Table 5 ANOVA of difference of total rainfall summer semester interpolated value & test value

| Source | DF | SS | Mean Square | F Value | Pr > F |
|-----------------|-------|--------------|-------------|---------|-----------|
| site | 192 | 503225347 | 26209654 | 1.41 | 0.0002*** |
| MO | 6 | 71997503 | 11999584 | 0.65 | 0.6942 |
| H | 4 | 19534014 | 4883504 | 0.26 | 0.9021 |
| MO*H | 20 | 359096243 | 17099821 | 0.92 | 0.5655 |
| 分區 L(MO*H) | 31 | 548595795 | 17696639 | 0.95 | 0.5435 |
| Error | 11904 | 221415219901 | 18600069 | | |
| Corrected Total | 12158 | 227446696932 | | | |

表 6 分區夏半年雨量推估值差（試驗推估－驗證值）之 ANOVA

Table 6 ANOVA of difference of total rainfall summer semester interpolated value & test value with subregion

| Source | DF | SS | Mean Square | F Value | Pr > F |
|-----------------|-------|--------------|-------------|---------|--------|
| CLI | 6 | 126277449 | 21046241 | 1.09 | 0.3683 |
| BUF | 4 | 34303321 | 8575830 | 0.44 | 0.7781 |
| CLI*BUF | 10 | 107086925 | 10708693 | 0.55 | 0.8536 |
| MO | 6 | 71997503 | 11999584 | 0.62 | 0.7154 |
| H | 4 | 19534014 | 4883504 | 0.25 | 0.9087 |
| MO*H | 20 | 359096243 | 17099821 | 0.88 | 0.6159 |
| L(MO*H) | 31 | 548595795 | 17696639 | 0.91 | 0.6059 |
| MO*H*BUF*CLI | 620 | 4056134494 | 6542152 | 0.34 | 1.0000 |
| Error | 11456 | 222123671187 | 19389287 | | |
| Corrected Total | 12158 | 227446696932 | | | |

由表 6 所知，位置因子影響並非為區域性或緩衝區隔影響，只是相同地點各推估值有相同高低估趨勢，為空間相關產生，可由增加測站改進。

具理想半變異圖之推估，由結果可發現，除線性式需注意搜尋半徑不超過最初趨緩之影響距離，其餘推估模式皆宜，可由其中選取幾種模式推估而加以選擇最佳。

五、結論

具理想半變異圖之推估，較易尋求理想推估模式，而不具理想半變異圖之推估，則需加強其他屬性如地域之因子，加以選擇，更進一步，則需分區分組、加入其他因子一起推估。

年雨量之推估，若以現有資料，不分區推估，本研究建議採取通用二次式 (Universal2)、搜尋半徑 40km、中央山脈嶺線分區。夏半年雨量之推估，則多數模式皆宜，可由使用者自行選用。

六、參考資料

1. 高堅泰、馮豐隆 1998 森林生育地因子之空間推估與生育地分類 第二屆兩岸測繪學術研討會暨第十七屆測量學術及應用研討會論文集 (二) p.737-747
2. 許敏楓 1993 雨量空間變異及站網設計之研究 國立臺灣大學農業工程學研究所碩士論文
3. 陳正祥 1957 氣候之分類與分區 台灣大學實驗林林業叢刊 (7) p.94
4. 馮豐隆、黃志成 1997 空間模式應用於林分結構母數推估之研究 中興大學實驗林研究彙刊 19 (2) p.57~75
5. 經濟部水資源統一規畫委員會 1989a 中華民國台灣水文概況
6. 經濟部水資源統一規畫委員會 1989b 台灣地區雨量記錄
7. 蔡玉琴 1997 淡水河流域降雨時空分析及推估--地理資訊系統的應用 師大地理研究報告 (26) p.139~158,171~177,192~201
8. 賴進貴、王慧勳 1996 數值等高線網格化之研究 第十五屆測量學術及應用研討會論文集 p.225~235
9. Burrough P. A. 1986 Principles of Geographical Information Systems for Land Resources Assessment Oxford New York
10. ESRI 1996 Using the ArcView Spatial Analyst ESRI p.84,92