

## 羽球之飛行軌跡分析

邱靖華、李素箱、簡英智

### 摘 要

本研究主要目的在於測試羽球的阻力係數，及模擬擊遠球的最佳角度。研究方法是先以攝影方法測試羽球的阻力係數，再配合運用流體力學原理與數值方法分析羽球的飛行特性。經由測試分析發現羽球的阻力係數為 0.56。當擊球高度 2.75 公尺，擊球速度 65 公尺/秒，擊球角度從 10 度逐漸增加至 90 度時，羽球的飛行距離一開始隨著擊球角度的增加而增加，當擊球角度在 19.7 度時，出現最遠的飛行距離 13.84 公尺，當擊球角超過 19.7 度時，飛行的距離則逐漸下降。同樣的，當擊球角度從 10 度逐漸增加至 90 度時，羽球的著地角度將隨著擊球角度的增加而增加，當擊球角度超過 40 度時，則著地角度的變化趨於緩和，最後停留在 85-90 度之間。其次，當以擊球高度 2.75 公尺，擊球速度從 25 公尺/秒逐漸增加至 80 公尺/秒進行最遠擊球角度分析時，發現一個原則：「當擊球速度愈快時，若想要擊出愈遠的距離，則擊球角度須愈低愈平」。

關鍵詞：阻力係數、擊球角度。

### 壹、前言

羽球在發源地英國已經有百餘年的歷史了，不過在世界上其他的國家，直到第二次大戰以後羽球才逐漸發展成普遍性的運動。對於一般人來說，羽球只不過是一種簡單易玩而又輕鬆的運動項目之一，但實際上羽球選手在比賽中，必須靠著純熟精巧的技術，才能將平球、下墜球、高遠球、殺球等交互構成不同的擊球效果；千變萬化的展露在球場上(古瑞珍，民 68)。

當然，一位羽球選手要在球場上展露出高人一等的球技，對於羽球的飛行特性必須充分了解，才能完全掌握平球、下墜球、高遠球、殺球等的技術要領。根據一般拋射原理，物體在穿越空氣運動時，由於受到空氣阻力的影響，會因不同的外型結構有不同的阻力係數，而阻力係數的大小直接影

響物體飛行時所受的空氣阻力。因此要運用數學的方法模擬羽球的各種飛行動跡特性，羽球的阻力係數是首要解決的問題。

其次，在羽球的戰術實施原則中，有一項是擊出的球必須使對方球員走較長的距離，以增加對方球員體力的負擔，因此如何擊遠球是一位球員所應具備的基本能力之一。擊遠球首要考慮的是擊球高度、擊球速度與擊球角度。而擊球高度與擊球速度往往受限於球員的身材及能力，因此借由改變擊球角度的技巧來達成擊遠球的目的，將是一個必要考慮的方法。

針對上述所提的問題，本研究的目的有二：

- 一、測試羽球的阻力係數。
- 二、模擬擊遠球的最佳角度。

## 貳、方法

### 一、阻力係數

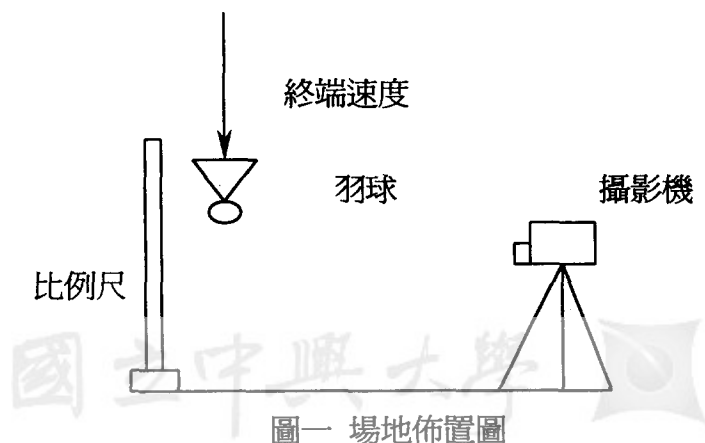
羽球阻力係數的測試，主要是運用物體在空氣中垂直下落時，最後會達到等速下降(終端速度)的原理，再運用方程式(1)求得阻力係數。

實驗步驟

#### (一) 器材

- 1.羽球(金斯頓)20 個。
2. SONY 攝影機 1 部。
- 3.比例尺(180cm) 1 部。
- 4.Panasonic 定格放映機 1 部。

#### (二)場地佈置



### (三)羽球的阻力係數 $C_D$

1.終端速度：從先前實驗測試得知，羽球從 24—28 公尺之間的高度垂直下落，可以從地面上拍攝到羽球的終端速度。

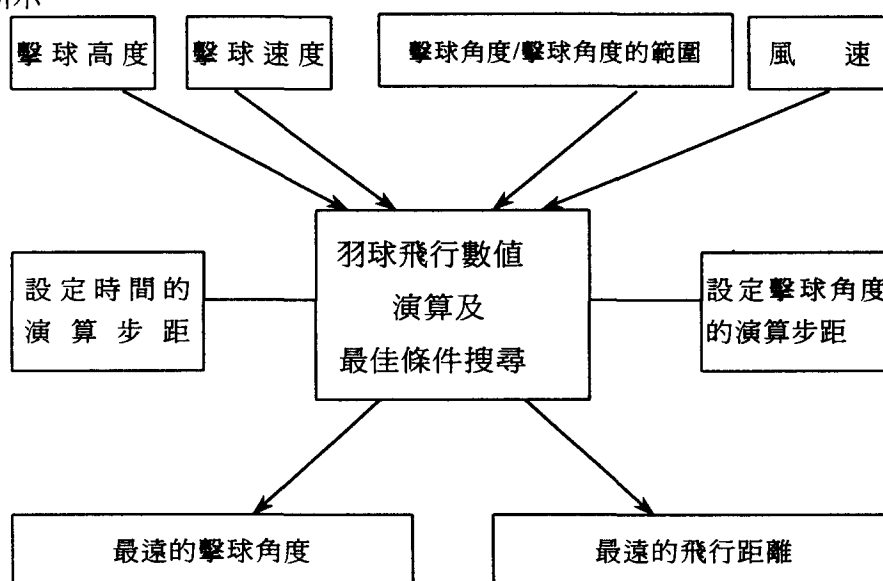
$$\text{終端速度 } V = (\text{前後兩張影片的垂直位移}) / (\text{影片間隔時間}) \quad (1)$$

2.阻力係數計算：羽球的阻力面積  $A_S = \text{半徑} \times \text{半徑} \times \pi$ ，其中羽球半徑本研究是採用「羽球規則」所承認的最小值 3.2cm 來進行模擬。羽球的重量  $m$  為 0.005175g(實際測試八個金斯頓羽球的平均重量)，空氣密度  $\rho$ ，在標準大氣壓下為  $1.23\text{kg/m}^3$  (Munson 等人，1994)。

$$C_D = 2mg / (\rho A_S V^2) \quad (2)$$

## 二、數值方法

本研究是採用尤拉積分(Craig, 1989)，推估羽球在飛行過程的位置、速度及加速度向量，其數值運算是以 C++ 編寫電腦程式進行處理，其演算流程如圖二所示。

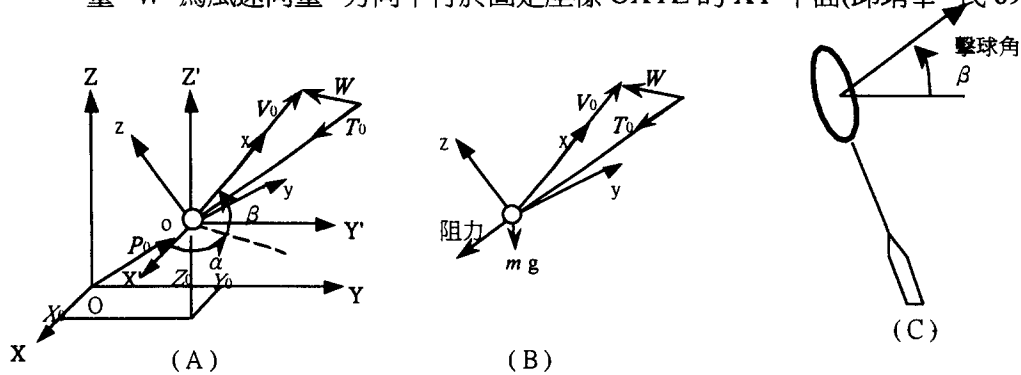


圖二 羽球電腦演算流程圖

首先根據圖三所示，設直角座標系  $OXYZ$  為固定座標系，另外取平移座標系  $O'X'Y'Z'$ ，假設平移座標系統的原點為羽球擊球位置， $P_0$  為羽球擊球位置向量。而座標系  $oxyz$  為經  $\alpha$  及  $\beta$  角度座標變換後的新座標系， $\alpha$  為控制水

平面左右的方向角， $\beta$  為投擲角，其中羽球的初始

擊球速度向量  $V_0$ ，是沿著新座標系  $oxyz$  的  $x$  軸方向擲出。當羽球採用下旋投擲時， $y$  軸為經過羽球質心的旋轉軸。 $T_0$  為羽球的初始相對空氣速度向量， $W$  為風速向量，方向平行於固定座標  $OXYZ$  的  $XY$  平面(邱靖華·民 89c)。



圖三 羽球擊球時刻模型圖

$$P_k = [X_k, Y_k, Z_k]^T \quad (3)$$

因此當羽球從擊球位置向量  $P_0 = [X_0, Y_0, Z_0]^T$  飛行到著地位置向量  $P_n = [X_n, Y_n, Z_n]^T$ ，其間的水平飛行距離：

$$d = [(X_n - X_0)^2 + (Y_n - Y_0)^2]^{1/2} \quad (4)$$

擊球位置向量  $P_0$  中  $X_0$ 、 $Y_0$  代表的  $XY$  平面位置， $Z_0$  為擊球高度。在飛行過程中，任意取相鄰的時間點  $t_k$  與  $t_{k-1}$ ，兩點的單位時間間隔為  $\Delta t$ ：

$$\Delta t = t_{k-1} - t_k \quad (5)$$

假設  $t_{k-1}$  十分的接近  $t_k$ ，因此  $\Delta t$  的變化量十分微小，羽球質心位置向量從  $t_k$  移動到  $t_{k-1}$  可近似視為等加速度運動(Soong, 1982)，因此  $t_{k-1}$  時間點的位置向量  $P_{k-1}$  可寫成：

$$P_{k-1} = P_k + V_k \Delta t + (A_k \Delta t^2)/2 \quad (6)$$

在方程式(6)中  $V_k$ ， $A_k$  分別為羽球質心速度及加速度向量，在  $t_{k-1}$  時刻的  $V_{k-1}$  及在  $t_k$  時刻的  $A_k$  以方程式(7)(8)表示。

$$V_{k-1} = V_k \Delta t + A_k \Delta t \quad (7)$$

$$A_k = F_k / m \quad (8)$$

$F_k$  為羽球所受的外力， $m$  為羽球質量。關於羽球初始質心速度向量  $V_0$ ，方向

是沿著圖三(A)中新座標系  $o\ x\ y\ z$  的  $x$  軸方向擲出，因此經由  $\alpha$  及  $\beta$  座標變換後，速度向量  $V_0$  可寫成：

$$V_0 = Az(\alpha)Ay(\beta)[V_s, 0, 0]^T \quad (9)$$

$$Az(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$Ay(\beta) = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & -\sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \quad (11)$$

方程式(9)中  $V_s$  為擊球速率， $Az(\alpha)$  及  $Ay(\beta)$  為旋轉座標變換矩陣(Darielson, 1992)。

## 二、阻力

從圖三(B)得知， $F_k$  包括空氣阻力及重力兩項外力，因此在  $t_k$  時刻的  $F_k$  可寫成：

$$F_k = (\rho A_s C_{Dk} V_{r_k}^2 \mathbf{U}_{Dk})/2 + mG \quad (12)$$

其中  $C_{Dk}$  是在  $t_k$  時刻的空氣阻力係數， $\mathbf{U}_{Dk}$  為  $t_k$  時刻在空氣阻力及升力方向的單位向量， $G$  為重力加速度向量  $G = [0, 0, -g]^T$ ， $g$  為重力加速度  $9.81\text{m/s}^2$ ， $V_{r_k}$  為  $t_k$  時刻羽球相對空氣速率。

從圖三(A)中得知，初始相對空氣速度向量  $T_0$ ，為風速向量  $W$  與初始擊球速度向量  $V_0$  的向量差，故  $T_0$  可寫成：

$$T_0 = W - V_0 \quad (13)$$

方程式(13)式中  $W = [\lambda \cos \alpha, \lambda \sin \alpha, 0]^T$ ， $\lambda$  為風的速率，順風時  $\lambda$  為正值，逆風時為負值。同樣地， $t_k$  時刻相對空氣速度向量  $T_k$  可寫成  $T_k = W - V_k$ ，因此方程式(12)中相對空氣速率寫成：

$$V_{r_k} = \| T_k \| \quad (14)$$

空氣阻力方向的單位向量  $\mathbf{U}_{Dk}$  可寫成：

$$\mathbf{U}_{Dk} = T_k / \| T_k \| \quad (15)$$

## 參、結果與討論

### 一、阻力係數

阻力係數是模擬物體在流體中運動所必要的一個常數值，因此欲模擬羽球在空氣中運動，阻力係數是不可缺少的。本研究經測試羽球垂直下降的終端速度，並運用方程式(1)計算，獲得羽球的阻力係數平均值為 0.56。

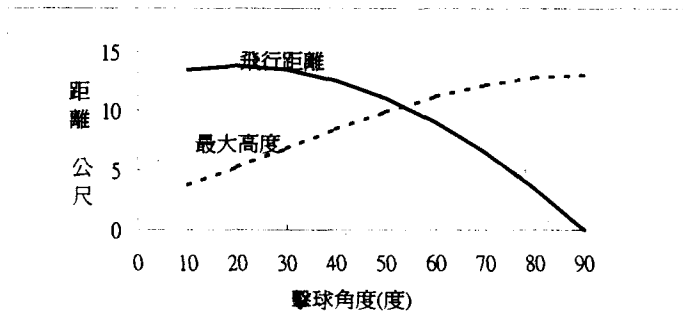
### 二、飛行分析

本研究將初始的方向角  $\alpha$ 、風的速率  $\lambda$ ，與初始位置向量  $P_0$  的  $X_0$  及  $Y_0$  值皆設為零。其次，根據先前測試結果發現，單位時間間隔取樣  $\Delta t$  採用 0.005s，所獲得的推估結果是可以信賴的（ $\Delta t$  值小於 0.005s 時，推估的數值相當穩定）。

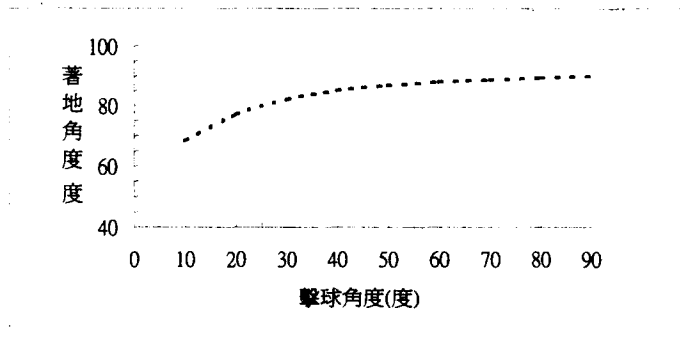
#### (一)不同擊球角度的飛行距離

蔡度祿等人(民 84)，曾針對一名世界級羽球選手的四種高手擊球動作進行分析(切球、高遠球、殺球、及跳殺)指出，球速以跳殺 67.4 公尺/秒最快，切球 26.8 公尺/秒最慢，而殺球與高遠擊球的球速介在兩者之間。其次，擊球點高度以跳殺 2.86 公尺最高、切球最低 2.62 公尺，同樣殺球與高原遠擊球的擊球高度介在兩者之間。

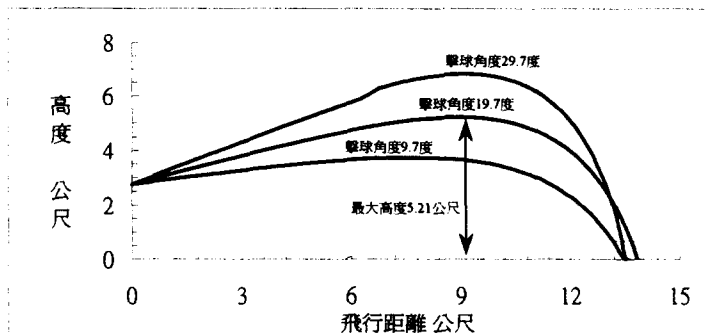
本研究乃根據上述擊球速度與擊球高度範圍內，分別取適當的擊球速度(65 公尺/秒)與擊球高度(2.75 公尺)，進行不同擊球角度(圖三(C))與飛行距離分析。如圖四所示當擊球角度從 10 度逐漸增加至 90 度的過程中，發現飛行距離一開始隨著擊球角度的增加而逐漸增加，當擊球角度在 19.7 度時，出現最遠的距離 13.84 公尺，最大高度 5.21 公尺，其飛行軌跡如圖六所示。當擊球角度超過 19.7 度時，飛行距離逐漸減少。其次在圖四中亦可以發現，擊球高度是隨擊球角度的增加而增加，所以擊球角度 90 度時，擊球高度最高為 13.06 公尺。至於擊球角度與著地角度的關係，如圖五所示，當擊球角度從 10 度逐漸增加至 90 度時，發現著地角度一開始增加很快，當擊球角度超過 40 度時趨於緩和，此時著地角度僅介於 85-90 度之間。



圖四 擊球角度與飛行距離、最大高度關係；  
擊球速度 65 公尺/秒；擊球高度 2.75 公尺。



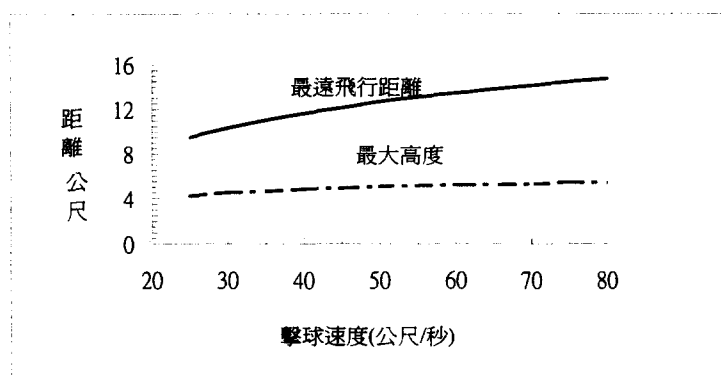
圖五 擊球角度與著地角度的關係；  
擊球速度 65 公尺/秒；擊球高度 2.75 公尺。



圖六 最遠距離的飛行軌跡；擊球速度 65 公尺/秒；  
擊球高度 2.75 公尺。

## (二)最遠飛行距離的擊球角度

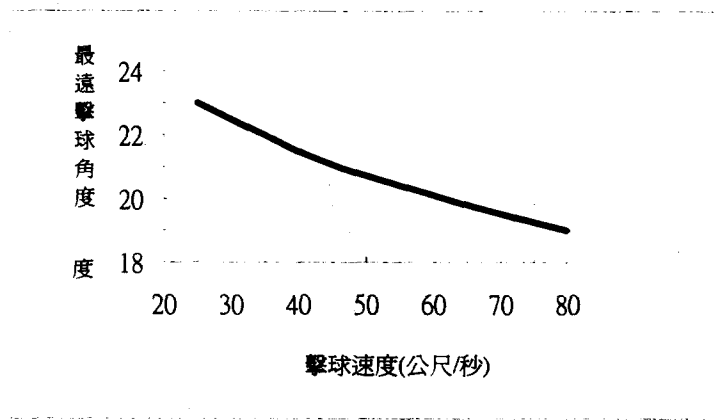
凡擊球的羽球，其落點在擊球者站立位置的後方，並在界線的有效場區內，均為長球(樊正治，民 69)。擊長球的主要目的，在於配合短球、切球或殺球等其他動作，達到擾亂對手與消耗對手體力的效果。擊長球首先要考慮的是如何以最省力的擊球方法，讓球能避開對手反擊，同時在有效的場區內達到最遠的距離。要達到這種技術要求，對羽球的飛行特性必須充分的了解。如圖七所示，假設擊球高度為 2.75 公尺，當擊球速度從 25 公尺/秒逐漸增加至 55 公尺/秒時，飛行距離將隨著擊球速度的增加而快速增加，但是當擊球速度從 55 公尺/秒增至 80 公尺/秒時，最遠的飛行距離僅從 13.10 公尺增至 14.17 公尺，並沒有明顯的增加，主要是因為初始的速度愈快，羽球所受的空氣阻力，亦隨著速度平方倍的增加，因而出現速度增加許多，最遠的飛行距離卻增加很少的現象。相較之下，羽球飛行的最大高度的變化量更小，當擊球速度從 25 公尺/秒逐漸增加至 80 公尺/秒時，最大高度僅從 4.24 公尺增加至 5.28 公尺，之間的差距只有 1.04 公尺。另外，如圖八所示，最遠的飛行距離的擊球角度，是隨擊球速度的增加而逐漸減少。當擊球速度從 25 公尺/秒增加至 80 公尺/秒時，最遠的擊球角度從 23.00 度下降至 19.40 度，雖然角度變化量並不十分明顯，不過基本上可歸納出一個原則：「當擊球速度愈快時，若想要擊出愈遠的距離，則擊球角度須愈低愈平」。



圖七 最遠距離的飛行軌跡；

擊球速度 65 公尺/秒；擊球高度 2.75 公尺。





圖八 擊球速度與最遠擊球角度的關係；  
擊球速度 65 公尺/秒；擊球高度 2.75 公尺。

## 肆、結論

本研究經由測試結果發現，羽球的阻力係數為 0.56。當擊球高度 2.75 公尺，擊球速度 65 公尺/秒，擊球角度從 10 度逐漸增加至 90 度進行分析時，飛行距離一開始隨擊球角度的增加而增加，當擊球角度 19.7 度時，出現最遠的飛行距離 13.84 公尺，隨後飛行距離隨擊球角度的增加而逐漸下降。此外，當擊球角度從 10 度逐漸增加至 90 度時，發現羽球著地角度一開始增加很快，當過擊球角度超過 40 度時就趨於緩和，停留在 85 度與 90 度之間。其次，當以擊球高度 2.75 公尺，擊球速度從 25 公尺/秒逐漸增加至 80 公尺/秒進行最遠擊球角度分析時，發現一個原則：「當擊球速度愈快時，若想要擊出愈遠的距離，則擊球角度須愈低愈平」。

## 伍、參考文獻

- 古瑞針譯。(民 68)。羽毛球技巧，王家出版社：台南市。
- 樊正治。(民 69)。羽毛指引，台灣商務印書館：臺北市。
- 蔡虔祿、黃長福、紀世清。(民 84)。世界級羽球選手正手拍高手擊球動作的生物力學分析，體育研究，第一期，頁 201-227。
- 邱靖華。(民 89a)。男女世界鉛球紀錄保持者之最佳投擲成績推估，大專體育雙月刊，

第四十八期，頁 157-164。

邱靖華。(民 89b)。鏈球世界紀錄保持者在風速影響下之最佳投擲成績推估，興大體育，第四期，頁 69-82。

邱靖華。(民 89c)。排球傳球、發球與扣球之飛行軌跡分析，大專體育雙月刊，第五十期。頁 121-130。

Craig, J. J. (1989). Introduction to Robotics Mechanics and Control. (2nd ed.) New York:

Addison-Wesley Publishing Company, Inc.

Danielson, D.A. (1989). Vectors and Tensors in Engineering and Physics. U.S.A.: Addison-Wesley Publishing Company, Inc.

Munson, B. R., Young, D. F., & Okiishi, T. H. (1994).Fundamentals of Fluid Mechanics (2nd ed.)(pp.622-626). Canada:Lehigh press.

Soong, T. C. (1982). Biomechanical analyses and applications of shot put, discus and javel in throws. In D. N. Ghista (Eds.). Human Body Dynamics:Impact, Occupational, and Athletic Aspects (pp.462-497). Oxford:Clarendon press.

國立中興大學



National Chung Hsing University